
EXAMEN DE MATH-F-315, PARTIE STATISTIQUE, JANVIER 2017

Q1	Q2	Q3	TOTAL
/4	/3	/3	/10

INSTRUCTIONS

- Vous disposez de trois pages blanches pour répondre aux questions. Ne pas dégrafer les pages.
- Ecrire proprement svp.
- Ecrire vos nom, prénom et section sur toutes les pages de l'examen.
- Justifier vos réponses un maximum.
- L'examen se fait avec calculatrice.
- Vous avez droit au "formulaire". Vous pouvez écrire au crayon.

Question 1 (/4). On prélève un échantillon de 200 joueurs de football (100 joueurs du championnat anglais et 100 joueurs du championnat espagnol). On observe que sur les 100 joueurs du championnat anglais, 56 sont intéressés par un transfert dans un club asiatique et que sur les 100 joueurs du championnat espagnol, 60 sont intéressés par un transfert dans un club asiatique.

- (a) Calculer un intervalle de confiance au niveau de confiance 99% pour la vraie proportion de joueurs du championnat anglais intéressés par un transfert dans un club asiatique (/2)
- (b) Peut-on conclure sur base de ces données que les joueurs du championnat anglais sont moins intéressés par un transfert dans un club asiatique que ceux du championnat espagnol? Effectuer le test approprié au niveau 10%.(/2)

Question 2 (/3). Soit $\hat{\theta}$ un estimateur du paramètre $\theta \in \Theta$ d'une distribution P_θ caractérisée par une fonction de densité de probabilité f_θ . Quand dit-on que $\hat{\theta}$ est un estimateur efficace de θ ?

Question 3 (/3). Soient X_1, \dots, X_n des variables aléatoires i.i.d. de densité

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \frac{6}{\theta^3}(\theta - x)x & 0 < x < \theta \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où θ est un paramètre inconnu.

1. Calculer $E[X_1]$ et $\text{Var}[X_1]$. (/2)
2. Obtenir sur base des observations X_1, \dots, X_n un estimateur sans biais du paramètre θ (/1).

