
EXAMEN DE MATH-F-315, PARTIE STATISTIQUE, SEPTEMBRE 2017

Q1	Q2	Q3	TOTAL
/3	/4	/3	/10

INSTRUCTIONS

- Vous disposez de trois pages blanches pour répondre aux questions. Ne pas dégrafer les pages.
- Ecrire proprement svp.
- Ecrire vos nom, prénom et section sur toutes les pages de l'examen.
- Justifier vos réponses un maximum.
- L'examen se fait avec calculatrice.
- Vous avez droit au "formulaire". Vous pouvez écrire au crayon.

Question 1 (/3). La Belgique comprend trois régions : la région flamande RF, la région wallonne RW et la région de Bruxelles-Capitale RB. Soit p_i la (vraie) proportion de personnes vivant dans la région Ri, $i = F, W, B$. Un sondage effectué auprès de 200 personnes a fourni les données suivantes : 100 personnes vivent en RF, 70 personnes en RW et 30 personnes en RB. On désire tester l'hypothèse nulle

$$H_0 : p_F = 0.60, p_W = 0.30, p_B = 0.10.$$

Effectuer ce test au niveau 10%.

Question 2 (/4). Soient X_1, \dots, X_n des variables aléatoires i.i.d. provenant d'une population normale de moyenne μ et d'écart-type $\sigma = 2$ connu.

1. Soit $\hat{\mu}$ un estimateur de μ . Définir l'écart quadratique moyen (EQM) entre $\hat{\mu}$ et μ . (/1)
2. Prenons $\hat{\mu} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$. Obtenir une expression (en fonction de n) de l'EQM entre ce $\hat{\mu}$ et μ . (/1)
3. Supposons que $n = 10$ et que l'on observe une moyenne empirique de 12 (valeur prise par la variable aléatoire $\hat{\mu}$ ci-dessus). Construire un intervalle de confiance au niveau 99% pour μ . (/2)

Question 3 (/3). Soit une variable aléatoire X prenant la valeur -1 avec probabilité p et la valeur 2 avec probabilité $1 - p$ pour un certain $0 \leq p \leq 1$.

1. Calculer $E[X]$ et $\text{Var}[X]$. (/1)
2. Soient X_1, \dots, X_n des variables aléatoires i.i.d. ayant la même distribution de probabilité (de paramètre p) que la variable aléatoire X . Proposer un estimateur sans biais \hat{p} du paramètre p . (/1)
3. Calculer la variance de l'estimateur \hat{p} proposé au point 2) ci-dessus. (/1)

